ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

2025–2026 УЧ. ГОД

Заключительный этап

9–10 класс

Вариант 1

Задача 1

Условие

Автобус двигался из деревни Лисово в деревню Зайцево в течение шести часов. Средняя скорость автобуса на всем пути равнялась 28 км/ч. На графике ниже изображена зависимость скорости автобуса от времени. Определите, чему была равна скорость автобуса на участке его равномерного движения.

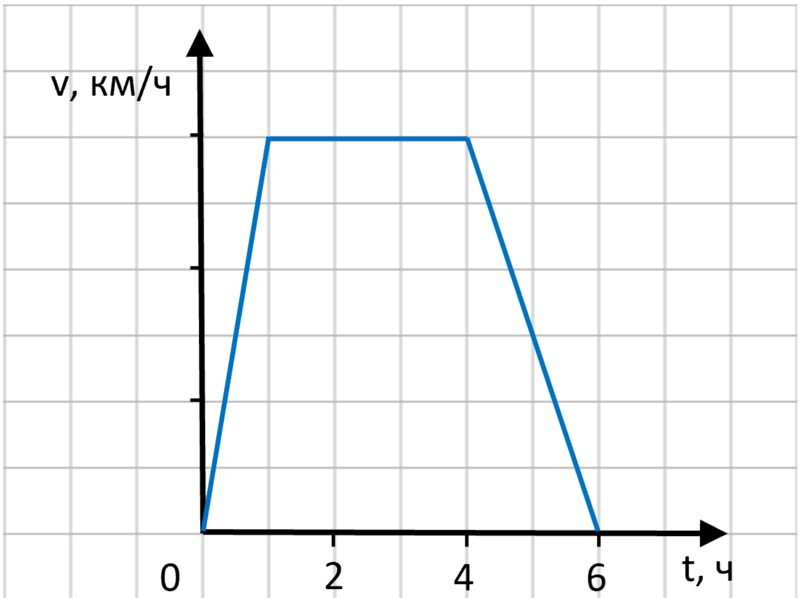

График $v(t)$ к задаче 1.

Решение

Путь равен площади под графиком скорости:

$$S = \bar{v}\,T = 28\,\text{км/ч} \cdot 6\,\text{ч} = 168\,\text{км}.$$

По графику площадь:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v + 3v + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v = \left(\frac{1}{2} + 3 + 1\right) v = \frac{9}{2} v.$$

Отсюда

$$v = \frac{2S}{9} = \frac{2 \cdot 168}{9} = \frac{112}{3} \approx 37.3\,\text{км/ч}.$$

Ответ: $v = \dfrac{112}{3}$ км/ч ≈ 37.3 км/ч.

Задача 2

Условие

Такси едет по прямой улице. В момент t = 0 его скорость равна v_0. Затем водитель действует так, что ускорение такси a = 1 м/с² постоянно по модулю и направлено против первоначального направления движения. Известно, что к моменту, когда такси прошло путь S = 125 м, его скорость стала направлена против первоначального направления и по модулю оказалась в 3 раза больше начальной. Через какое время после этого момента модуль скорости такси станет в 2 раза больше?

Решение

Выберем первоначальное направление как положительное. Тогда $a = -1$ м/с^2.

К моменту t_1 скорость стала $v(t_1) = -3v_0$, поэтому

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - t, \qquad -3v_0 = v_0 - t_1 \ \Rightarrow\ t_1 = 4v_0.$$

Остановка при $v = 0$ наступает через $t_0 = v_0$. Путь до остановки:

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2}.$$

Координата при t_1:

$$x(t) = v_0 t - \frac{t^2}{2}, \qquad x(t_1) = v_0(4v_0) - \frac{(4v_0)^2}{2} = 4v_0^2 - 8v_0^2 = -4v_0^2.$$

Координата точки разворота $x(t_0) = \dfrac{v_0^2}{2}$, значит после разворота пройдено

$$S_2 = x(t_0) - x(t_1) = \frac{v_0^2}{2} + 4v_0^2 = \frac{9}{2}v_0^2.$$

Итого

$$S = S_1 + S_2 = 5v_0^2 = 125 \ \Rightarrow\ v_0 = 5\ \text{м/с}.$$

В момент t_1 модуль скорости равен $|v(t_1)| = 3v_0 = 15$ м/с. Нужно, чтобы он стал ещё в 2 раза больше, то есть 30 м/с. При дальнейшем движении в отрицательном направлении модуль скорости растёт со скоростью 1 м/с^2, поэтому

$$\Delta t = \frac{30 - 15}{1} = 15\ \text{с}.$$

Ответ: $\Delta t = 15$ с.

Задача 3

Условие

Самолёт массой m = 2·10^4 кг разгоняется катапультой по палубе. Сила катапульты направлена вдоль движения и зависит от пройденного пути (от начала разгона) по закону $F(x) = F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)$, где L = 80 м – это длина хода катапульты. В начале разгона самолёт покоится. Сопротивлением воздуха пренебречь. К концу хода катапульты самолёт должен иметь скорость v = 80 м/с. Определите F_0 и максимальное ускорение самолета во время разгона.

Решение

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\int_0^L F\,\mathrm{d}x = \Delta K = \frac{mv^2}{2}.$$

Считаем работу:

$$\int_0^L F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)\,\mathrm{d}x = F_0\left[x - \frac{x^2}{2L}\right]_0^L = F_0\left(L - \frac{L}{2}\right) = \frac{F_0 L}{2}.$$

Значит $\frac{F_0 L}{2} = \frac{mv^2}{2}$ и

$$F_0 = \frac{mv^2}{L}.$$

Численно:

$$F_0 = \frac{2\cdot 10^4 \cdot 80^2}{80} = 1.6\cdot 10^6\,\text{Н}.$$

Ускорение $a(x) = F(x)/m$, максимум при $x = 0$:

$$a_{\max} = \frac{F_0}{m} = \frac{v^2}{L} = 80\,\text{м/с}^2.$$

Ответ: $F_0 = 1.6\cdot 10^6$ Н; $a_{\max} = 80$ м/с².

Задача 4

Условие

Тонкий металлический стаканчик теплоёмкости C (Дж/К) имеет начальную температуру 20 °C. В него наливают воду температурой 80 °C. Считать, что вода и стаканчик быстро приходят в тепловое равновесие, а потерями тепла за это короткое время можно пренебречь. После этого стаканчик ставят на массивную металлическую плиту, поддерживаемую при низкой температуре, в рассматриваемом диапазоне температур тепло от стаканчика уходит в плиту с постоянной мощностью P.

В первом опыте в стаканчик налили 200 мл воды. От момента установления теплового равновесия до достижения температуры 60 °C прошло 40 с. Во втором опыте в стаканчик налили 300 мл воды, и охлаждение до 60 °C заняло 70 с. Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг·°C), плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Определите P и C.

Решение

Пусть после наливания установилась температура T_e. Для каждого опыта (без потерь при смешивании)

$$mc\,(80 - T_e) = C\,(T_e - 20), \tag{1}$$

где m — масса воды, c — её удельная теплоёмкость.

Затем при охлаждении от T_e до 60 выделившееся тепло равно работе “охлаждающей мощности”:

$$(mc + C)(T_e - 60) = Pt. \tag{2}$$

Из (1) выразим T_e:

$$T_e = \frac{80mc + 20C}{mc + C}.$$

Подставляя в (2), получаем

$$(mc + C)\left(\frac{80mc + 20C}{mc + C} - 60\right) = Pt \;\Rightarrow\; 20mc - 40C = Pt.$$

Отсюда для двух опытов (берём $c = 4200$ Дж/(кг·К), $m_1 = 0.2$ кг, $t_1 = 40$ с; $m_2 = 0.3$ кг, $t_2 = 70$ с):

$$20m_1c - 40C = Pt_1,$$
$$20m_2c - 40C = Pt_2.$$

Вычитая, находим P:

$$P = \frac{20c(m_2 - m_1)}{t_2 - t_1} = \frac{20 \cdot 4200 \cdot 0.1}{30} = 280\,\text{Вт}.$$

Тогда из первого уравнения:

$$40C = 20m_1c - Pt_1 = 20 \cdot 0.2 \cdot 4200 - 280 \cdot 40 = 5600 \;\Rightarrow\; C = 140\,\text{Дж/К}.$$

Ответ: $P = 280$ Вт; $C = 140$ Дж/К.

Задача 5

Условие

Однородная тонкая лёгкая прямоугольная пластина длины L = 0,6 м и ширины b = 0,2 м закрывает отверстие бака с водой. Заслонка шарнирно закреплена вдоль верхнего края бака, причём ось шарнира лежит на уровне свободной поверхности воды. Снаружи — воздух, давление считать атмосферным. К нижнему краю пластины прикреплён лёгкий горизонтальный рычаг длиной 0,5 м, на конце которого висит груз массы m. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. При каких значениях массы m пластина в равновесии (отверстие в баке не открывается).

Решение

Способ 1. На глубине y избыточное давление $p = \rho g y$. На горизонтальную полоску площадью $b\,\mathrm{d}y$ действует сила

$$dF = p\,b\,\mathrm{d}y = \rho g b\,y\,\mathrm{d}y.$$

Её момент относительно шарнира (плечо y):

$$dM = y\,dF = \rho g b\, y^2\,\mathrm{d}y.$$

Полный момент давления воды:

$$M = \int_0^L \rho g b\, y^2\,\mathrm{d}y = \rho g b\,\frac{L^3}{3}.$$

Численно:

$$M = 1000 \cdot 10 \cdot 0.2 \cdot \frac{0.6^3}{3} = 144\,\text{Н·м}.$$

Груз создаёт удерживающий момент $M_g = mg\ell$. Для равновесия (не открывается) нужно $M_g \ge M$:

$$mg\ell \ge M \;\;\Rightarrow\;\; m \ge \frac{M}{g\ell} = \frac{144}{10 \cdot 0.5} = 28.8\,\text{кг}.$$

Способ 2. Площадь $A = bL$, глубина центра тяжести $h_c = L/2$. Тогда

$$F = \rho g A h_c = \rho g b\,\frac{L^2}{2} = 360\,\text{Н}.$$

Центр давления для линейного распределения: $y_0 = 2L/3$,

$$M = F y_0 = 360 \cdot \frac{2 \cdot 0.6}{3} = 144\,\text{Н·м},$$

и аналогично способу 1 проходим к $m \ge 28.8\,\text{кг}$.

Ответ: $m_{\min} = 28.8\,\text{кг}$, т.е. $m \ge 28.8\,\text{кг}$.

Задача 6

Условие

Электрическая цепь, представленная на рисунке, состоит из идеальной батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 5$ В, резистора сопротивлением 2 Ом и двух нелинейных элементов X со следующей вольт-амперной характеристикой:

$$I = \begin{cases} \alpha U^2, & \text{при } U \ge 0 \\ 0, & \text{при } U < 0 \end{cases}$$

где U – напряжение на элементе X в соответствии с полярностью, указанной на рисунке. Определите силу тока, протекающего через батарею, если $\alpha = 0{,}1$ А/В^2.

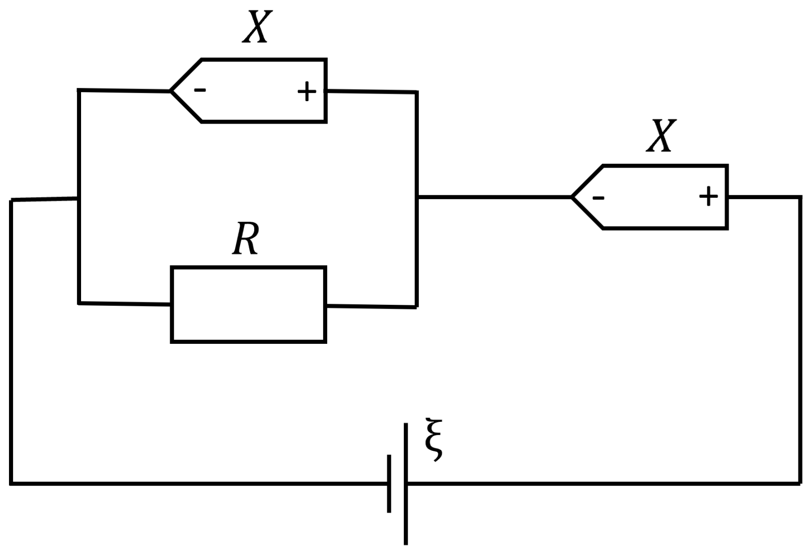

Схема к задаче 6.

Решение

Способ 1 (Метод узловых потенциалов). Обозначим потенциал левого проводника (*минус* батареи) $V_0 = 0$, правого (*плюс* батареи) $V_+ = \mathcal{E} = 5$ В. Пусть потенциал среднего узла равен V.

Тогда напряжение на правом элементе X (по заданной полярности) $U_2 = V_+ - V = 5 - V$, и ток через него

$$I_2 = \alpha(5 - V)^2.$$

Для левого элемента $U_1 = V - V_0 = V$, ток

$$I_1 = \alpha V^2.$$

Ток через резистор: $I_R = V/R$.

По первому закону Кирхгофа для среднего узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

Получаем уравнение

$$\alpha(5 - V)^2 = \alpha V^2 + \frac{V}{R}.$$

Подставим $\alpha = 0.1$, $R = 2$:

$$0.1(5 - V)^2 = 0.1V^2 + \frac{V}{2} \;\Rightarrow\; V = \frac{5}{3}\,\text{В}.$$

Искомый ток батареи равен $I = I_2$:

$$I = \alpha(5 - V)^2 = 0.1\left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{10}{9} \approx 1.11\,\text{А}.$$

Способ 2 (Правила Кирхгофа). Рассмотрим токи по ветвям: через правый нелинейный элемент течёт ток I_2 (он же ток батареи), через левый элемент — I_1, через резистор — I_R. По первому закону Кирхгофа для узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

По второму закону Кирхгофа напряжение узла относительно минуса батареи равно U (тогда $U_R = U$), а напряжение на правом элементе

$$U_2 = \mathcal{E} - U.$$

Тогда по вольт-амперным характеристикам:

$$I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2, \qquad I_1 = \alpha U^2, \qquad I_R = \frac{U}{R}.$$

Подставляя в уравнение узла, получаем

$$\alpha(\mathcal{E} - U)^2 = \alpha U^2 + \frac{U}{R}.$$

При $\mathcal{E} = 5$ В, $\alpha = 0.1$, $R = 2$ отсюда $U = \frac{5}{3}$ В и

$$I = I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2 = \frac{10}{9}\,\text{А}.$$

Ответ: $I = \frac{10}{9}$ А ≈ 1.11 А.

Задача 7

Условие

Электробус массой m = 16 т движется по горизонтальной дороге со скоростью v_0 = 15 м/с. Водитель включает рекуперативное торможение, и в батарею возвращается 70 % кинетической энергии, потерянной на тяговом контуре (за вычетом потерь на сопротивление движению). За время торможения часть энергии рассеивается из-за сопротивления движению, мощность этих потерь считать постоянной и равной P = 30 кВт. Торможение длится t = 20 с, после чего электробус останавливается. Напряжение батареи во время рекуперации считать постоянным U = 600 В.

1. Найдите энергию, поступившую в батарею за время торможения.

2. Найдите заряд Δq, поступивший в батарею, и средний ток рекуперации Iср.

Примечание: рекуперативное торможение (рекуперация) – это режим, при котором тяговый электродвигатель при торможении работает как генератор: часть кинетической энергии движущегося транспорта преобразуется в электрическую и возвращается в батарею (на заряд). Остальная энергия при этом теряется на сопротивление движению и в виде тепла в электрических и механических узлах.

Решение

Начальная кинетическая энергия:

$$K_0 = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{16000 \cdot 15^2}{2} = 1.8 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 1.8\,\text{МДж}.$$

Потери на сопротивление движению:

$$W_{\text{сопр}} = P_{\text{сопр}} t = 30\,\text{кВт} \cdot 20\,\text{с} = 0.6\,\text{МДж}.$$

Энергия, снятая тяговым контуром:

$$W_{\text{тяга}} = K_0 - W_{\text{сопр}} = 1.8 - 0.6 = 1.2\,\text{МДж}.$$

В батарею возвращается 70%:

$$W_{\text{бат}} = 0.7\,W_{\text{тяга}} = 0.7 \cdot 1.2 = 0.84\,\text{МДж}.$$

Заряд, поступивший в батарею:

$$\Delta q = \frac{W_{\text{бат}}}{U} = \frac{840000}{600} = 1400\,\text{Кл}.$$

Средний ток:

$$I_{\text{ср}} = \frac{\Delta q}{t} = \frac{1400}{20} = 70\,\text{А}.$$

Ответ: $W_{\text{бат}} = 0.84\,\text{МДж}$; $\Delta q = 1.4 \cdot 10^3\,\text{Кл}$; $I_{\text{ср}} = 70\,\text{А}$.

Задача 8

Условие

Подводный аппарат передаёт оптический сигнал на приёмник, который находится в воздухе вблизи поверхности воды. Источник света расположен в аппарате и светит через плоский прозрачный защитный экран прожектора толщины d = 0,2 м. Поверхность экрана находится на глубине H = 12,3 м. Показатель преломления материала экрана n_1 = 1,5, воды n_2 = 1,33, воздуха n_0 = 1. Плоскость экрана горизонтальна, отражениями пренебречь. Найдите максимальное расстояние по поверхности воды от точки, находящейся прямо над аппаратом, до приёмника, при котором передача сигнала ещё возможна.

Решение

Ограничение задаёт выход луча из воды в воздух: при слишком большом угле падения возникает полное внутреннее отражение.

Критический угол на границе вода–воздух:

$$\sin\theta_{2,\text{кр}} = \frac{n_0}{n_2} = \frac{1}{1.33} \;\Rightarrow\; \theta_{2,\text{кр}} \approx 48.75^\circ.$$

Максимальная дальность достигается при $\theta_2 = \theta_{2,\text{кр}}$.

На границе экран–вода по закону Снеллиуса

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$

Подставляя $\sin\theta_2 = n_0/n_2$, получаем

$$\sin\theta_1 = \frac{n_0}{n_1} = \frac{1}{1.5} \;\Rightarrow\; \theta_1 \approx 41.81^\circ.$$

Горизонтальный снос в воде: $x_2 = H\tan\theta_{2,\text{кр}}$, в экране: $x_1 = d\tan\theta_1$. Тогда

$$R_{\max} = x_1 + x_2 = d\tan\theta_1 + H\tan\theta_{2,\text{кр}}.$$

Численно:

$$R_{\max} \approx 0.2\tan 41.81^\circ + 12.3\tan 48.75^\circ \approx 0.18 + 14.03 \approx 14.21\,\text{м}.$$

Ответ: $R_{\max} \approx 14.2\,\text{м}$.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

2025–2026 УЧ. ГОД

Заключительный этап

9–10 класс

Вариант 2

Задача 1

Условие

Автобус двигался из деревни Лисово в деревню Зайцево в течение шести часов. Средняя скорость автобуса на всем пути равнялась 32 км/ч. На графике ниже изображена зависимость скорости автобуса от времени. Определите, чему была равна скорость автобуса на участке его равномерного движения.

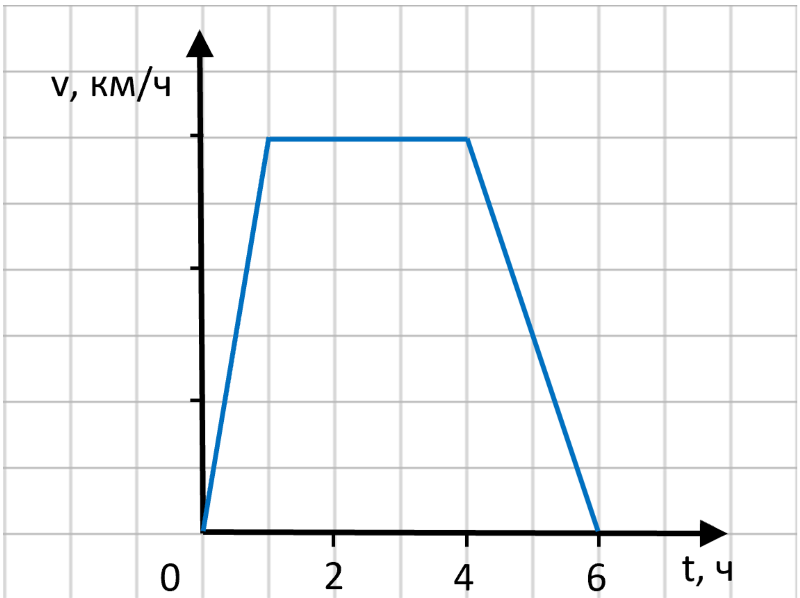

График $v(t)$ к задаче 1.

Решение

Путь равен площади под графиком скорости:

$$S = \bar{v}\,T = 32\,\text{км/ч} \cdot 6\,\text{ч} = 192\,\text{км}.$$

По графику площадь:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v + 3v + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v = \left(\frac{1}{2} + 3 + 1\right) v = \frac{9}{2} v.$$

Отсюда
$$v = \frac{2S}{9} = \frac{2 \cdot 192}{9} = \frac{128}{3} \approx 42.7\,\text{км/ч}.$$

Ответ: $v = \dfrac{128}{3}$ км/ч ≈ 42.7 км/ч.

Задача 2

Условие

Такси едет по прямой улице. В момент t = 0 его скорость равна v_0. Затем водитель действует так, что ускорение такси a = 0.5 м/с² постоянно по модулю и направлено против первоначального направления движения. Известно, что к моменту, когда такси прошло путь S = 90 м, его скорость стала направлена против первоначального направления и по модулю оказалась в 3 раза больше начальной. Через какое время после этого момента модуль скорости такси станет в 2 раза больше?

Решение

Выберем первоначальное направление как положительное. Тогда $a = -0{,}5$ м/с^2.
В момент t_1 скорость стала $v(t_1) = -3v_0$:

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - 0{,}5t, \qquad -3v_0 = v_0 - 0{,}5t_1 \;\Rightarrow\; t_1 = 8v_0.$$

Остановка наступает при $v = 0$ через $t_0 = \dfrac{v_0}{0{,}5} = 2v_0$. Путь до остановки:

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot 0{,}5} = v_0^2.$$

Координата (считая $x(0) = 0$):

$$x(t) = v_0 t - \frac{0{,}5t^2}{2} = v_0 t - 0{,}25t^2, \qquad x(t_1) = v_0(8v_0) - 0{,}25(8v_0)^2 = 8v_0^2 - 16v_0^2 = -8v_0^2.$$

Точка разворота имеет координату $x(t_0) = S_1 = v_0^2$, поэтому после разворота пройдено

$$S_2 = x(t_0) - x(t_1) = v_0^2 + 8v_0^2 = 9v_0^2.$$

Итак,
$$S = S_1 + S_2 = 10v_0^2 = 90 \;\Rightarrow\; v_0 = 3\text{ м/с}.$$

В момент t_1 модуль скорости $|v(t_1)| = 3v_0 = 9$ м/с. Нужно, чтобы он стал ещё в 2 раза больше, то есть 18 м/с. При дальнейшем движении ускорение остаётся направленным против первоначального направления, то есть по скорости, поэтому модуль скорости растёт со скоростью 0,5 м/с^2:
$$\Delta t = \frac{18 - 9}{0{,}5} = 18\text{ с}.$$

Ответ: $\Delta t = 18$ с.

Задача 3

Условие

Самолёт массой m = 10^4 кг разгоняется катапультой по палубе. Сила катапульты направлена вдоль движения и зависит от пройденного пути (от начала разгона) по закону $F(x) = F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)$, где L = 100 м – это длина хода катапульты. В начале разгона самолёт покоится. Сопротивлением воздуха пренебречь. К концу хода катапульты самолёт должен иметь скорость v = 100 м/с. Определите F_0 и максимальное ускорение самолета во время разгона.

Решение

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\int_0^L F\,\mathrm{d}x = \Delta K = \frac{mv^2}{2}.$$

Считаем работу:

$$\int_0^L F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)\,\mathrm{d}x = F_0\left[x - \frac{x^2}{2L}\right]_0^L = F_0\left(L - \frac{L}{2}\right) = \frac{F_0 L}{2}.$$

Значит $\frac{F_0 L}{2} = \frac{mv^2}{2}$ и

$$F_0 = \frac{mv^2}{L}.$$

Численно:

$$F_0 = \frac{10^4 \cdot 100^2}{100} = 10^6\,\text{Н}.$$

Ускорение $a(x) = F(x)/m$, максимум при $x = 0$:

$$a_{\max} = \frac{F_0}{m} = \frac{v^2}{L} = 100\,\text{м/с²}.$$

Ответ: $F_0 = 10^6$ Н; $a_{\max} = 100$ м/с².

Задача 4

Условие

Тонкий металлический стаканчик теплоёмкости C (Дж/К) имеет начальную температуру 20 °C. В него наливают воду температурой 80 °C. Считать, что вода и стаканчик быстро приходят в тепловое равновесие, а потерями тепла за это короткое время можно пренебречь. После этого стаканчик ставят на массивную металлическую плиту, поддерживаемую при низкой температуре, в рассматриваемом диапазоне температур тепло от стаканчика уходит в плиту с постоянной мощностью P.

В первом опыте в стаканчик налили 200 мл воды. От момента установления теплового равновесия до достижения температуры 60 °C прошло 36 с. Во втором опыте в стаканчик налили 300 мл воды, и охлаждение до 60 °C заняло 64 с. Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг·°C), плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Определите P и C.

Решение

Пусть после наливания установилась температура T_e. Для каждого опыта (без потерь при смешивании)

$$mc\,(80 - T_e) = C\,(T_e - 20), \tag{1}$$

где m — масса воды, c — её удельная теплоёмкость.

Затем при охлаждении от T_e до 60 выделившееся тепло равно работе “охлаждающей мощности”:

$$(mc + C)(T_e - 60) = Pt. \tag{2}$$

Из (1) выразим T_e:

$$T_e = \frac{80mc + 20C}{mc + C}.$$

Подставляя в (2), получаем

$$(mc + C)\left(\frac{80mc + 20C}{mc + C} - 60\right) = Pt \;\Rightarrow\; 20mc - 40C = Pt.$$

Отсюда для двух опытов (берём $c = 4200$ Дж/(кг·К), $m_1 = 0.2$ кг, $t_1 = 36$ с; $m_2 = 0.3$ кг, $t_2 = 64$ с):

$$20m_1c - 40C = Pt_1,$$
$$20m_2c - 40C = Pt_2.$$

Вычитая, находим P:

$$P = \frac{20c(m_2 - m_1)}{t_2 - t_1} = \frac{20 \cdot 4200 \cdot 0.1}{28} = 300\,\text{Вт}.$$

Тогда из первого уравнения:

$$40C = 20m_1c - Pt_1 = 20 \cdot 0.2 \cdot 4200 - 300 \cdot 36 = 6000 \;\Rightarrow\; C = 150\,\text{Дж/К}.$$

Ответ: $P = 300$ Вт; $C = 150$ Дж/К.

Задача 5

Условие

Однородная тонкая лёгкая прямоугольная пластина длины L = 0,4 м и ширины b = 0,2 м закрывает отверстие бака с водой. Заслонка шарнирно закреплена вдоль верхнего края бака, причём ось шарнира лежит на уровне свободной поверхности воды. Снаружи — воздух, давление считать атмосферным. К нижнему краю пластины прикреплён лёгкий горизонтальный рычаг длиной 0,48 м, на конце которого висит груз массы m. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. При каких значениях массы m пластина в равновесии (отверстие в баке не открывается).

Решение

Способ 1. На глубине y избыточное давление $p = \rho g y$. На горизонтальную полоску площадью $b\,\mathrm{d}y$ действует сила

$$dF = p\,b\,\mathrm{d}y = \rho g b\,y\,\mathrm{d}y.$$

Её момент относительно шарнира (плечо y):

$$dM = y\,dF = \rho g b\, y^2\,\mathrm{d}y.$$

Полный момент давления воды:

$$M = \int_0^L \rho g b\, y^2\,\mathrm{d}y = \rho g b\,\frac{L^3}{3}.$$

Численно:

$$M = 1000 \cdot 10 \cdot 0.2 \cdot \frac{0.4^3}{3} = \frac{128}{3}\,\text{Н·м}.$$

Груз создаёт удерживающий момент $M_g = mg\ell$. Для равновесия (не открывается) нужно $M_g \geq M$:

$$mg\ell \geq M \;\Rightarrow\; m \geq \frac{M}{g\ell} = \frac{128}{3 \cdot 10 \cdot 0.48} \approx 8.89\,\text{кг}.$$

Способ 2. Площадь $A = bL$, глубина центра тяжести $h_c = L/2$. Тогда

$$F = \rho g A h_c = \rho g b\,\frac{L^2}{2} = 160\,\text{Н}.$$

Центр давления для линейного распределения: $y_0 = 2L/3$,

$$M = F y_0 = 160 \cdot \frac{2 \cdot 0.4}{3} = \frac{128}{3}\,\text{Н·м},$$

и аналогично способу 1 проходим к $m \geq 8.89$ кг.

Ответ: $m_{\min} = 8.89$ кг, т.е. $m \geq 8.89$ кг.

Задача 6

Условие

Электрическая цепь, представленная на рисунке, состоит из идеальной батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В, резистора сопротивлением 2 Ом и двух нелинейных элементов X со следующей вольт-амперной характеристикой:

$$I = \begin{cases} \alpha U^2, & U \geq 0, \\ 0, & U < 0, \end{cases}$$

где U – напряжение на элементе X в соответствии с полярностью, указанной на рисунке. Определите силу тока, протекающего через батарею, если $\alpha = 0{,}2$ А/В^2.

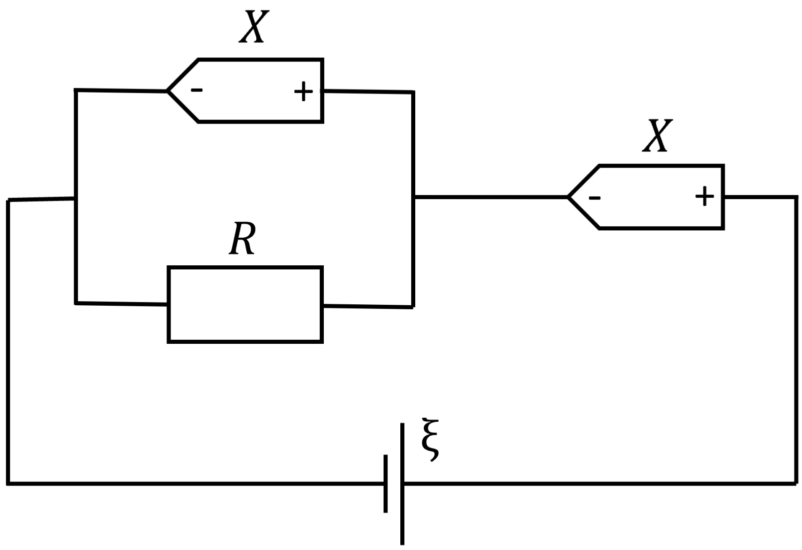

Схема к задаче 6.

Решение

Способ 1 (Метод узловых потенциалов). Обозначим потенциал левого проводника (*минус* батареи) $V_0 = 0$, правого (*плюс* батареи) $V_+ = \mathcal{E} = 6$ В. Пусть потенциал среднего узла равен V.

Тогда напряжение на правом элементе X (по заданной полярности) $U_2 = V_+ - V = 6 - V$, и ток через него

$$I_2 = \alpha(6 - V)^2.$$

Для левого элемента $U_1 = V - V_0 = V$, ток

$$I_1 = \alpha V^2.$$

Ток через резистор: $I_R = V/R$.

По первому закону Кирхгофа для среднего узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

Получаем уравнение

$$\alpha(6 - V)^2 = \alpha V^2 + \frac{V}{R}.$$

Подставим $\alpha = 0.2$, $R = 2$:

$$0.2(6 - V)^2 = 0.2V^2 + \frac{V}{2} \implies V = \frac{72}{29}\text{ В}.$$

Искомый ток батареи равен $I = I_2$:

$$I = \alpha(6 - V)^2 = 0.2\left(6 - \frac{72}{29}\right)^2 \approx 2.47\text{ А}.$$

Способ 2 (Правила Кирхгофа). Рассмотрим токи по ветвям: через правый нелинейный элемент течёт ток I_2 (он же ток батареи), через левый элемент — I_1, через резистор — I_R. По первому закону Кирхгофа для узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

По второму закону Кирхгофа напряжение узла относительно минуса батареи равно U (тогда $U_R = U$), а напряжение на правом элементе

$$U_2 = \mathcal{E} - U.$$

Тогда по вольт-амперным характеристикам:

$$I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2, \qquad I_1 = \alpha U^2, \qquad I_R = \frac{U}{R}.$$

Подставляя в уравнение узла, получаем

$$\alpha(\mathcal{E} - U)^2 = \alpha U^2 + \frac{U}{R}.$$

При $\mathcal{E} = 6\,\text{В}$, $\alpha = 0.2$, $R = 2$ отсюда $U = \dfrac{72}{29}$ В и

$$I = I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2 \approx 2.47\,\text{А}.$$

Ответ: $I \approx 2.47$ А.

Задача 7

Условие

Электробус массой m = 18 т движется по горизонтальной дороге со скоростью v_0 = 20 м/с. Водитель включает рекуперативное торможение, и в батарею возвращается 70 % кинетической энергии, потерянной на тяговом контуре (за вычетом потерь на сопротивление движению). За время торможения часть энергии рассеивается из-за сопротивления движению, мощность этих потерь считать постоянной и равной P = 40 кВт. Торможение длится t = 30 с, после чего электробус останавливается. Напряжение батареи во время рекуперации считать постоянным U = 700 В.

1. Найдите энергию, поступившую в батарею за время торможения.

2. Найдите заряд Δq, поступивший в батарею, и средний ток рекуперации Iср.

Примечание: рекуперативное торможение (рекуперация) – это режим, при котором тяговый электродвигатель при торможении работает как генератор: часть кинетической энергии движущегося транспорта преобразуется в электрическую и возвращается в батарею (на заряд). Остальная энергия при этом теряется на сопротивление движению и в виде тепла в электрических и механических узлах.

Решение

Начальная кинетическая энергия:

$$K_0 = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{18000 \cdot 20^2}{2} = 3.6 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 3.6\,\text{МДж}.$$

Потери на сопротивление движению:

$$W_{\text{сопр}} = P_{\text{сопр}} t = 40\,\text{кВт} \cdot 30\,\text{с} = 1.2\,\text{МДж}.$$

Энергия, снятая тяговым контуром:

$$W_{\text{тяга}} = K_0 - W_{\text{сопр}} = 3.6 - 1.2 = 2.4\,\text{МДж}.$$

В батарею возвращается 70%:

$$W_{\text{бат}} = 0.7\,W_{\text{тяга}} = 0.7 \cdot 2.4 = 1.68\,\text{МДж}.$$

Заряд, поступивший в батарею:

$$\Delta q = \frac{W_{\text{бат}}}{U} = \frac{1680000}{700} = 2400\,\text{Кл}.$$

Средний ток:

$$I_{\text{ср}} = \frac{\Delta q}{t} = \frac{2400}{30} = 80\,\text{А}.$$

Ответ: $W_{\text{бат}} = 1.68\,\text{МДж}$; $\Delta q = 2.4 \cdot 10^3\,\text{Кл}$; $I_{\text{ср}} = 80\,\text{А}$.

Задача 8

Условие

Подводный аппарат передаёт оптический сигнал на приёмник, который находится в воздухе вблизи поверхности воды. Источник света расположен в аппарате и светит через плоский прозрачный защитный экран прожектора толщины d = 0,3 м. Поверхность экрана находится на глубине H = 13,3 м. Показатель преломления материала экрана n_1 = 1,5, воды n_2 = 1,33, воздуха n_0 = 1. Плоскость экрана горизонтальна, отражениями пренебречь. Найдите максимальное расстояние по поверхности воды от точки, находящейся прямо над аппаратом, до приёмника, при котором передача сигнала ещё возможна.

Решение

Ограничение задаёт выход луча из воды в воздух: при слишком большом угле падения возникает полное внутреннее отражение.

Критический угол на границе вода–воздух:

$$\sin\theta_{2,\text{кр}} = \frac{n_0}{n_2} = \frac{1}{1.33} \;\Rightarrow\; \theta_{2,\text{кр}} \approx 48.75^\circ.$$

Максимальная дальность достигается при $\theta_2 = \theta_{2,\text{кр}}$.

На границе экран–вода по закону Снеллиуса

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$

Подставляя $\sin\theta_2 = n_0/n_2$, получаем

$$\sin\theta_1 = \frac{n_0}{n_1} = \frac{1}{1.5} \;\Rightarrow\; \theta_1 \approx 41.81^\circ.$$

Горизонтальный снос в воде: $x_2 = H\tan\theta_{2,\text{кр}}$, в экране: $x_1 = d\tan\theta_1$. Тогда

$$R_{\max} = x_1 + x_2 = d\tan\theta_1 + H\tan\theta_{2,\text{кр}}.$$

Численно:

$$R_{\max} \approx 0.3\tan 41.81^\circ + 13.3\tan 48.75^\circ \approx 15.4\,\text{м}.$$

Ответ: $R_{\max} \approx 15.4\,\text{м}$.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

2025–2026 УЧ. ГОД

Заключительный этап

11 класс

Вариант 1

Задача 1

Условие

Такси едет по прямой улице. В момент t = 0 его скорость равна v_0. Затем водитель действует так, что ускорение такси a = 1 м/с² постоянно по модулю и направлено против первоначального направления движения. Известно, что к моменту, когда такси прошло путь S = 125 м, его скорость стала направлена против первоначального направления и по модулю оказалась в 3 раза больше начальной. Через какое время после этого момента модуль скорости такси станет в 2 раза больше?

Решение

Выберем первоначальное направление как положительное. Тогда $a = -1$ м/с^2.

К моменту t_1 скорость стала $v(t_1) = -3v_0$, поэтому

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - t, \qquad -3v_0 = v_0 - t_1 \;\Rightarrow\; t_1 = 4v_0.$$

Остановка при $v = 0$ наступает через $t_0 = v_0$. Путь до остановки:

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2}.$$

Координата при t_1:

$$x(t) = v_0 t - \frac{t^2}{2}, \qquad x(t_1) = v_0(4v_0) - \frac{(4v_0)^2}{2} = 4v_0^2 - 8v_0^2 = -4v_0^2.$$

Координата точки разворота $x(t_0) = \dfrac{v_0^2}{2}$, значит после разворота пройдено

$$S_2 = x(t_0) - x(t_1) = \frac{v_0^2}{2} + 4v_0^2 = \frac{9}{2}v_0^2.$$

Итого

$$S = S_1 + S_2 = 5v_0^2 = 125 \;\Rightarrow\; v_0 = 5 \text{ м/с}.$$

В момент t_1 модуль скорости равен $|v(t_1)| = 3v_0 = 15$ м/с. Нужно, чтобы он стал ещё в 2 раза больше, то есть 30 м/с. При дальнейшем движении в отрицательном направлении модуль скорости растёт со скоростью 1 м/с^2, поэтому

$$\Delta t = \frac{30 - 15}{1} = 15 \text{ с}.$$

Ответ: $\Delta t = 15$ с.

Задача 2

Условие

Самолёт массой m = 2·10^4 кг разгоняется катапультой по палубе. Сила катапульты направлена вдоль движения и зависит от пройденного пути (от начала разгона) по закону $F(x) = F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)$, где L = 80 м – это длина хода катапульты. В начале разгона самолёт покоится. Сопротивлением воздуха пренебречь. К концу хода катапульты самолёт должен иметь скорость v = 80 м/с. Определите F_0 и максимальное ускорение самолета во время разгона.

Решение

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\int_0^L F\,\mathrm{d}x = \Delta K = \frac{mv^2}{2}.$$

Считаем работу:

$$\int_0^L F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)\,\mathrm{d}x = F_0\left[x - \frac{x^2}{2L}\right]_0^L = F_0\left(L - \frac{L}{2}\right) = \frac{F_0 L}{2}.$$

Значит $\frac{F_0 L}{2} = \frac{mv^2}{2}$ и

$$F_0 = \frac{mv^2}{L}.$$

Численно:

$$F_0 = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 80^2}{80} = 1.6 \cdot 10^6 \text{ Н}.$$

Ускорение $a(x) = F(x)/m$, максимум при $x = 0$:

$$a_{\max} = \frac{F_0}{m} = \frac{v^2}{L} = 80 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $F_0 = 1.6 \cdot 10^6$ Н; $a_{\max} = 80$ м/с².

Задача 3

Условие

Идеальный двухатомный газ участвует в процессе $1 \to 2 \to 3$, где $1 \to 2$ — это процесс, в котором давление растёт прямо пропорционально объёму, а $2 \to 3$ — адиабатический процесс (см. рисунок). В процессе $1 \to 2$ объём газа возрастает в 2 раза, температура $T_1 = 300$ К. Давления в точках 1 и 3 равны. В процессе $2 \to 3$ газ совершил работу 13,4 кДж. Количество вещества газа $\nu = 3$ моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(К·моль).

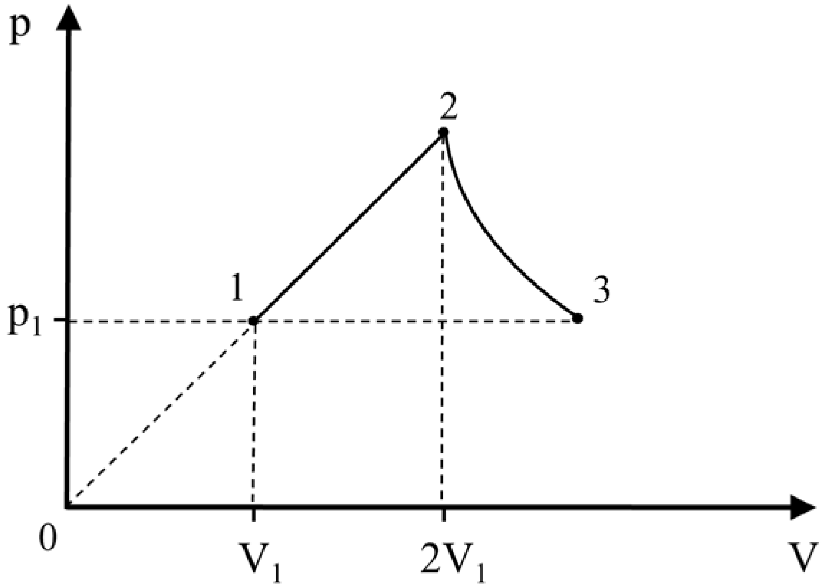

График $p(V)$ к задаче 3.

а) Чему равна молярная теплоёмкость c_{12} в процессе $1 \to 2$?

б) Чему равна температура T_3 в точке 3?

Решение

Газ двухатомный: $C_V = \dfrac{5}{2}R$, $\gamma = \dfrac{7}{5}$.

а) В процессе $1 \to 2$ дано $p \propto V$, то есть $p = kV$. Тогда

$$pV = kV^2 = \nu RT \;\Rightarrow\; T \propto V^2.$$

При $V_2 = 2V_1$ получаем $T_2 = 4T_1 = 1200$ К.

Для теплоёмкости процесса используем

$$\delta Q = \nu C_V \, \mathrm{d}T + p \, \mathrm{d}V.$$

Из $T \propto V^2$ следует $\mathrm{d}V = \dfrac{V}{2T} \, \mathrm{d}T$, а $p = \dfrac{\nu RT}{V}$, поэтому

$$p \, \mathrm{d}V = \frac{\nu RT}{V} \cdot \frac{V}{2T} \, \mathrm{d}T = \nu \frac{R}{2} \, \mathrm{d}T.$$

Тогда

$$\delta Q = \nu \left(C_V + \frac{R}{2}\right) \mathrm{d}T \ \Rightarrow \ c_{12} = C_V + \frac{R}{2} = 3R \approx 24{,}9 \text{ Дж/(моль·К)}.$$

б) В адиабате $2 \to 3$ теплообмен отсутствует, и работа газа равна убыли внутренней энергии:

$$A_{23} = \nu C_V (T_2 - T_3) \ \Rightarrow \ T_3 = T_2 - \frac{A_{23}}{\nu C_V}.$$

Подставляем $T_2 = 1200$ К, $A_{23} = 13{,}4 \cdot 10^3$ Дж, $\nu C_V = 3 \cdot \frac{5}{2} R = \frac{15}{2} R = 62{,}25$ Дж/К:

$$T_3 \approx 1200 - \frac{13400}{62{,}25} \approx 1200 - 215 \approx 985 \text{ К}.$$

Ответ: а) $c_{12} = 3R \approx 24{,}9$ Дж/(моль·К); б) $T_3 \approx 9{,}85 \cdot 10^2$ К.

Задача 4

Условие

Электрическая цепь, представленная на рисунке, состоит из идеальной батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 5$ В, резистора сопротивлением 2 Ом и двух нелинейных элементов X со следующей вольт-амперной характеристикой:

$$I = \begin{cases} \alpha U^2, & \text{при } U \geq 0 \\ 0, & \text{при } U < 0 \end{cases}$$

где U – напряжение на элементе X в соответствии с полярностью, указанной на рисунке. Определите силу тока, протекающего через батарею, если $\alpha = 0{,}1$ А/В^2.

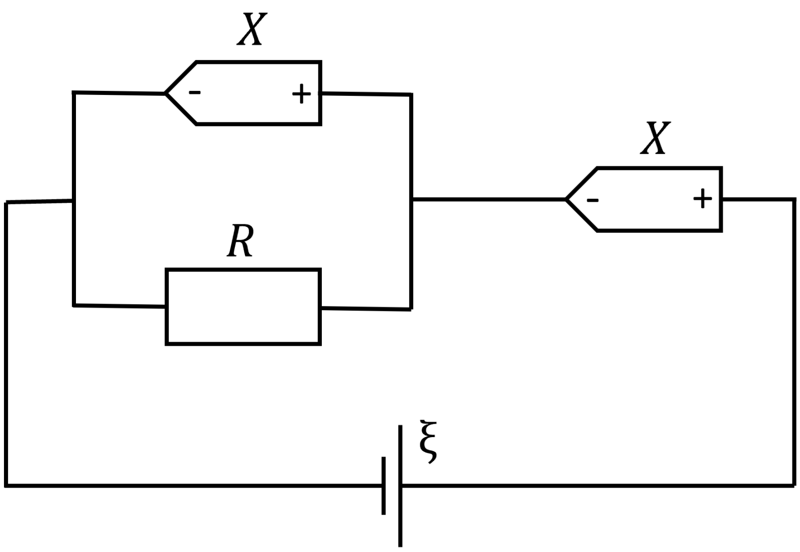

Схема к задаче 4.

Решение

Способ 1 (Метод узловых потенциалов). Обозначим потенциал левого проводника (*минус* батареи) $V_0 = 0$, правого (*плюс* батареи) $V_+ = \mathcal{E} = 5$ В. Пусть потенциал среднего узла равен V.

Тогда напряжение на правом элементе X (по заданной полярности) $U_2 = V_+ - V = 5 - V$, и ток через него

$$I_2 = \alpha(5 - V)^2.$$

Для левого элемента $U_1 = V - V_0 = V$, ток

$$I_1 = \alpha V^2.$$

Ток через резистор: $I_R = V/R$.

По первому закону Кирхгофа для среднего узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

Получаем уравнение

$$\alpha(5 - V)^2 = \alpha V^2 + \frac{V}{R}.$$

Подставим $\alpha = 0.1$, $R = 2$:

$$0.1(5 - V)^2 = 0.1V^2 + \frac{V}{2} \;\Rightarrow\; V = \frac{5}{3}\,\text{В}.$$

Искомый ток батареи равен $I = I_2$:

$$I = \alpha(5 - V)^2 = 0.1\left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{10}{9} \approx 1.11\,\text{А}.$$

Способ 2 (Правила Кирхгофа). Рассмотрим токи по ветвям: через правый нелинейный элемент течёт ток I_2 (он же ток батареи), через левый элемент — I_1, через резистор — I_R. По первому закону Кирхгофа для узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

По второму закону Кирхгофа напряжение узла относительно минуса батареи равно U (тогда $U_R = U$), а напряжение на правом элементе

$$U_2 = \mathcal{E} - U.$$

Тогда по вольт-амперным характеристикам:

$$I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2, \qquad I_1 = \alpha U^2, \qquad I_R = \frac{U}{R}.$$

Подставляя в уравнение узла, получаем

$$\alpha(\mathcal{E} - U)^2 = \alpha U^2 + \frac{U}{R}.$$

При $\mathcal{E} = 5\,\text{В}$, $\alpha = 0.1$, $R = 2$ отсюда $U = \dfrac{5}{3}\,\text{В}$ и

$$I = I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2 = \frac{10}{9}\,\text{А}.$$

Ответ: $I = \dfrac{10}{9}\,\text{А} \approx 1.11\,\text{А}$.

Задача 5

Условие

Подводный аппарат находится на глубине H = 12,3 м и передаёт оптический сигнал на приёмник, который находится в воздухе вблизи поверхности воды. Источник света расположен в аппарате и светит через плоский прозрачный защитный экран прожектора толщины d = 0,2 м. Показатель преломления материала экрана n_1 = 1,50, воды n_2 = 1,33, воздуха n_0 = 1. Плоскость экрана горизонтальна, отражениями пренебречь. Найдите максимальное расстояние по поверхности воды от точки, находящейся прямо над аппаратом, до приёмника, при котором передача сигнала ещё возможна.

Решение

Ограничение задаёт выход луча из воды в воздух: при слишком большом угле падения возникает полное внутреннее отражение.

Критический угол на границе вода–воздух:

$$\sin\theta_{2,\text{кр}} = \frac{n_0}{n_2} = \frac{1}{1.33} \;\Rightarrow\; \theta_{2,\text{кр}} \approx 48.75^\circ.$$

Максимальная дальность достигается при $\theta_2 = \theta_{2,\text{кр}}$.

На границе экран–вода по закону Снеллиуса

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$

Подставляя $\sin\theta_2 = n_0/n_2$, получаем

$$\sin\theta_1 = \frac{n_0}{n_1} = \frac{1}{1.5} \;\Rightarrow\; \theta_1 \approx 41.81^\circ.$$

Горизонтальный снос в воде: $x_2 = H\tan\theta_{2,\text{кр}}$, в экране: $x_1 = d\tan\theta_1$. Тогда

$$R_{\max} = x_1 + x_2 = d\tan\theta_1 + H\tan\theta_{2,\text{кр}}.$$

Численно:

$$R_{\max} \approx 0.2\tan 41.81^\circ + 12.3\tan 48.75^\circ \approx 0.18 + 14.03 \approx 14.21\,\text{м}.$$

Ответ: $R_{\max} \approx 14.2\,\text{м}$.

Задача 6

Условие

Поезд на магнитной подушке удерживается над направляющей за счёт действия магнитного поля на проводники с электрическим током, расположенные под вагоном. Каждый вагон массой 42 т опирается на 21 одинаковый подъёмный модуль, распределённых равномерно вдоль вагона. Считать, что нагрузка между всеми модулями распределяется поровну. В каждом модуле имеется 100 прямолинейных участков проводника длиной 1 м, расположенных перпендикулярно линиям магнитного поля направляющей. В области между поездом и направляющей магнитная индукция поля равна 1 Тл и считается одинаковой для всех модулей. По всем проводникам протекает один и тот же ток. Считать, что подъёмная сила от каждого участка направлена вверх. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

1. Определите величину тока, при котором вагон может находиться в равновесии, не касаясь направляющей.

2. Один из подъёмных модулей вышел из строя. На сколько процентов необходимо увеличить ток в остальных модулях, чтобы вагон по-прежнему удерживался в воздухе?

Решение

Сила Ампера на один прямолинейный участок проводника:

$$F_1 = I\,l\,B = I \cdot 1 \cdot 1 = I \text{ Н}.$$

В одном модуле 100 таких участков, значит $F_{\text{мод}} = 100I$. Всего модулей 21, поэтому условие равновесия:

$$21 \cdot 100I = mg, \qquad m = 42 \text{ т} = 4{,}2 \cdot 10^4 \text{ кг},\ \ g = 10.$$

$$2100I = 4{,}2 \cdot 10^5 \;\Rightarrow\; I = 200 \text{ А}.$$

Если один модуль отказал, осталось 20 модулей:

$$20 \cdot 100I' = mg \;\Rightarrow\; 2000I' = 4{,}2 \cdot 10^5 \;\Rightarrow\; I' = 210 \text{ А}.$$

Процент увеличения тока:

$$\frac{I' - I}{I} \cdot 100\% = \frac{210 - 200}{200} \cdot 100\% = 5\%.$$

Ответ: 1) $I = 200$ А; 2) увеличить ток на 5%.

Задача 7

Условие

На въезде на парковку в асфальт уложена индукционная петля, которая вместе с конденсатором образует колебательный контур. Частота собственных колебаний контура при отсутствии автомобиля равна 100 кГц. Индуктивность петли равна 0,253 мГн. Сопротивлением контура пренебречь. Когда автомобиль останавливается над петлёй, вихревые токи в металлическом днище уменьшают индуктивность петли на 3,9%. Ёмкость конденсатора при этом не изменяется.

Электроника датчика определяет наличие автомобиля, подсчитывая число полных колебаний контура за фиксированный промежуток времени Δt. Обнаружение считается надёжным, если за это время число колебаний при наличии автомобиля отличается от числа колебаний в отсутствие автомобиля хотя бы на единицу.

1. Определите ёмкость конденсатора.

2. Определите минимальное значение Δt, при котором обнаружение автомобиля будет надёжным.

Решение

1) Собственная частота контура:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \;\Rightarrow\; C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L}.$$

Подставляя $f = 100$ кГц $= 10^5$ Гц, $L = 0{,}253$ мГн $= 2{,}53 \cdot 10^{-4}$ Гн:

$$C \approx 1{,}0 \cdot 10^{-8}\ \text{Ф} = 10\ \text{нФ}.$$

2) При автомобиле индуктивность $L' = 0{,}961L$, значит

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}} = \frac{f}{\sqrt{0{,}961}} \approx 1{,}0201f \approx 102{,}01\ \text{кГц}.$$

Разность частот $\Delta f \approx 2{,}01$ кГц $= 2009$ Гц. Число колебаний за время Δt равно $N = f\Delta t$, поэтому условие надёжного обнаружения:

$$|N' - N| = |f' - f|\Delta t \geq 1 \;\Rightarrow\; \Delta t_{\min} = \frac{1}{\Delta f} \approx \frac{1}{2009} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{с} = 0{,}50\ \text{мс}.$$

Ответ: 1) $C \approx 10$ нФ; 2) $\Delta t_{\min} \approx 0{,}50$ мс.

Задача 8

Условие

Покоящаяся герметичная теплоизолированная цистерна объёма V_0 и массы M частично заполнена несжимаемой жидкостью плотности ρ. Объём жидкости равен V. Над свободной поверхностью жидкости находится воздух, который можно считать идеальным газом. Масса воздуха мала по сравнению с массой цистерны и жидкости. Общая теплоёмкость жидкости и цистерны равна C, теплоёмкостью воздуха пренебречь. В начальном состоянии система находится в равновесии при температуре T_0, давление воздуха в цистерне равно атмосферному p_0. Цистерне сообщают количество теплоты Q. После установления нового равновесия в боковой стенке цистерны мгновенно образуется отверстие площади S, расположенное на глубине h ниже поверхности жидкости. Истечение жидкости из отверстия происходит горизонтально. Цистерна может двигаться только в горизонтальном направлении. Силами трения, вязкостью жидкости и сопротивлением движению пренебречь. Определите мгновенное горизонтальное ускорение цистерны в момент образования отверстия.

Решение

После сообщения теплоты Q температура системы станет

$$T_1 = T_0 + \frac{Q}{C}.$$

Объём газа $V_g = V_0 - V$ постоянен, количество газа постоянно, поэтому

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0} \;\Rightarrow\; p_1 = p_0\left(1 + \frac{Q}{CT_0}\right).$$

Давление жидкости у отверстия (на глубине h) внутри цистерны:

$$p_{\text{in}} = p_1 + \rho g h, \qquad p_{\text{out}} = p_0.$$

По Бернулли скорость истечения

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{\text{in}} - p_0)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big)}{\rho}}.$$

Расход массы $\dot{m} = \rho S v$, реактивная сила струи (тяга) равна потоку импульса:

$$F = \dot{m}\, v = \rho S v^2 = 2S\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big).$$

Масса разгоняемой системы $\approx M + \rho V$, поэтому мгновенное ускорение

$$a = \frac{F}{M + \rho V} = \frac{2S\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big)}{M + \rho V} = \frac{2S\left(p_0 \frac{Q}{CT_0} + \rho g h\right)}{M + \rho V}.$$

Направление ускорения противоположно направлению истечения жидкости.

Ответ: $a = \dfrac{2S\left(p_0 \frac{Q}{CT_0} + \rho g h\right)}{M + \rho V}$ (в сторону, противоположную струе).

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «ФИЗИКА»

2025–2026 УЧ. ГОД

Заключительный этап

11 класс

Вариант 2

Задача 1

Условие

Такси едет по прямой улице. В момент t = 0 его скорость равна v_0. Затем водитель действует так, что ускорение такси a = 0.5 м/с² постоянно по модулю и направлено против первоначального направления движения. Известно, что к моменту, когда такси прошло путь S = 90 м, его скорость стала направлена против первоначального направления и по модулю оказалась в 3 раза больше начальной. Через какое время после этого момента модуль скорости такси станет в 2 раза больше?

Решение

Выберем первоначальное направление как положительное. Тогда $a = -0{,}5$ м/с^2.

В момент t_1 скорость стала $v(t_1) = -3v_0$:

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - 0{,}5t, \qquad -3v_0 = v_0 - 0{,}5t_1 \;\Rightarrow\; t_1 = 8v_0.$$

Остановка наступает при $v = 0$ через $t_0 = \dfrac{v_0}{0{,}5} = 2v_0$. Путь до остановки:

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot 0{,}5} = v_0^2.$$

Координата (считая $x(0) = 0$):

$$x(t) = v_0 t - \frac{0{,}5t^2}{2} = v_0 t - 0{,}25t^2, \qquad x(t_1) = v_0(8v_0) - 0{,}25(8v_0)^2 = 8v_0^2 - 16v_0^2 = -8v_0^2.$$

Точка разворота имеет координату $x(t_0) = S_1 = v_0^2$, поэтому после разворота пройдено

$$S_2 = x(t_0) - x(t_1) = v_0^2 + 8v_0^2 = 9v_0^2.$$

Итак,

$$S = S_1 + S_2 = 10v_0^2 = 90 \;\Rightarrow\; v_0 = 3 \text{ м/с}.$$

В момент t_1 модуль скорости $|v(t_1)| = 3v_0 = 9$ м/с. Нужно, чтобы он стал ещё в 2 раза больше, то есть 18 м/с. При дальнейшем движении ускорение остаётся направленным против первоначального направления, то есть по скорости, поэтому модуль скорости растёт со скоростью 0,5 м/с^2:

$$\Delta t = \frac{18 - 9}{0{,}5} = 18\ \text{с}.$$

Ответ: $\Delta t = 18$ с.

Задача 2

Условие

Самолёт массой m = 10^4 кг разгоняется катапультой по палубе. Сила катапульты направлена вдоль движения и зависит от пройденного пути (от начала разгона) по закону $F(x) = F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)$, где L = 100 м – это длина хода катапульты. В начале разгона самолёт покоится. Сопротивлением воздуха пренебречь. К концу хода катапульты самолёт должен иметь скорость v = 100 м/с. Определите F_0 и максимальное ускорение самолета во время разгона.

Решение

По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\int_0^L F\,\mathrm{d}x = \Delta K = \frac{mv^2}{2}.$$

Считаем работу:

$$\int_0^L F_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)\,\mathrm{d}x = F_0\left[x - \frac{x^2}{2L}\right]_0^L = F_0\left(L - \frac{L}{2}\right) = \frac{F_0 L}{2}.$$

Значит $\frac{F_0 L}{2} = \frac{mv^2}{2}$ и

$$F_0 = \frac{mv^2}{L}.$$

Численно:

$$F_0 = \frac{10^4 \cdot 100^2}{100} = 10^6\ \text{Н}.$$

Ускорение $a(x) = F(x)/m$, максимум при $x = 0$:

$$a_{\max} = \frac{F_0}{m} = \frac{v^2}{L} = 100\ \text{м/с²}.$$

Ответ: $F_0 = 10^6$ Н; $a_{\max} = 100$ м/с².

Задача 3

Условие

Идеальный двухатомный газ участвует в процессе $1 \to 2 \to 3$, где $1 \to 2$ — это процесс, в котором давление растёт прямо пропорционально объёму, а $2 \to 3$ — адиабатический процесс (см. рисунок). В процессе $1 \rightarrow 2$ объём газа возрастает в 2 раза, температура $T_1 = 300$ К. Давления в точках 1 и 3 равны. В процессе $2 \rightarrow 3$ газ совершил работу 8,95 кДж. Количество вещества газа $\nu = 2$ моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(К·моль).

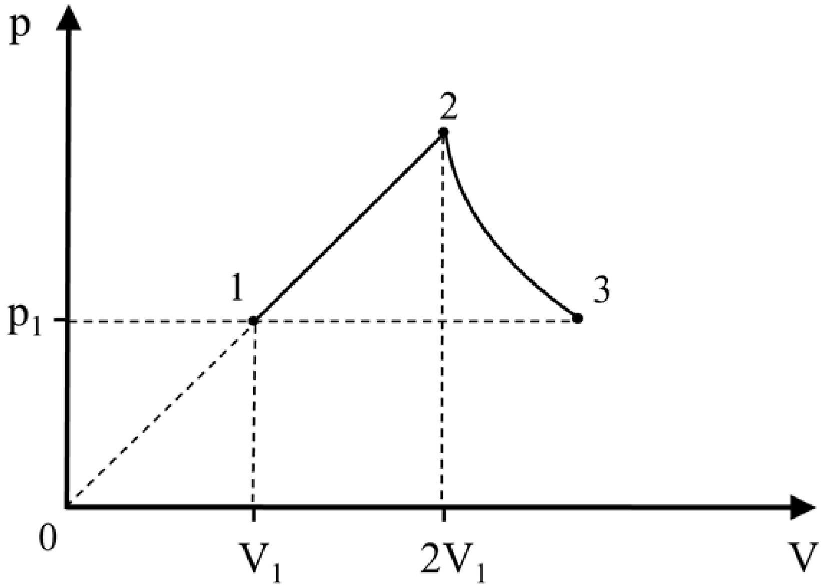

График $p(V)$ к задаче 3.

Решение

Газ двухатомный, поэтому

$$C_V = \frac{5}{2}R, \qquad \gamma = \frac{7}{5}.$$

(a) Для процесса $1 \rightarrow 2$ задан закон $p \propto V$, то есть $p = kV$. Тогда

$$pV = kV^2 = \nu RT \;\Rightarrow\; T \propto V^2.$$

При $V_2 = 2V_1$ получаем $T_2 = 4T_1 = 1200$ К.

Элементарная теплота:

$$\delta Q = \nu C_V \, \mathrm{d}T + p \, \mathrm{d}V.$$

Из $T \propto V^2$ следует $2V \, \mathrm{d}V \propto \mathrm{d}T$, то есть

$$\mathrm{d}V = \frac{V}{2T} \, \mathrm{d}T.$$

Так как $p = \dfrac{\nu RT}{V}$, то

$$p \, \mathrm{d}V = \frac{\nu RT}{V} \cdot \frac{V}{2T} \, \mathrm{d}T = \nu \frac{R}{2} \, \mathrm{d}T.$$

Следовательно, молярная теплоёмкость в процессе $1 \rightarrow 2$ равна

$$c_{12} = C_V + \frac{R}{2} = \frac{5}{2}R + \frac{1}{2}R = 3R \approx 24{,}9 \text{ Дж/(моль·К)}.$$

(b) Процесс $2 \rightarrow 3$ — адиабатический, $Q_{23} = 0$. Работа газа:

$$A_{23} = \nu C_V \,(T_2 - T_3) \;\Rightarrow\; T_3 = T_2 - \frac{A_{23}}{\nu C_V}.$$

Подставляя $A_{23} = 8{,}95 \cdot 10^3$ Дж и $\nu C_V = 2 \cdot \dfrac{5}{2} \cdot 8{,}31 = 41{,}55$ Дж/К:

$$T_3 \approx 1200 - \frac{8950}{41{,}55} \approx 985 \text{ К}.$$

Ответ: (a) $c_{12} = 3R \approx 24{,}9$ Дж/(моль·К);   (b) $T_3 \approx 985$К.

Задача 4

Условие

Электрическая цепь, представленная на рисунке, состоит из идеальной батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В, резистора сопротивлением 2 Ом и двух нелинейных элементов X со следующей вольт-амперной характеристикой:

$$I = \begin{cases} \alpha U^2, & U \geq 0, \\ 0, & U < 0, \end{cases}$$

где U – напряжение на элементе X в соответствии с полярностью, указанной на рисунке. Определите силу тока, протекающего через батарею, если $\alpha = 0{,}2$ А/В^2.

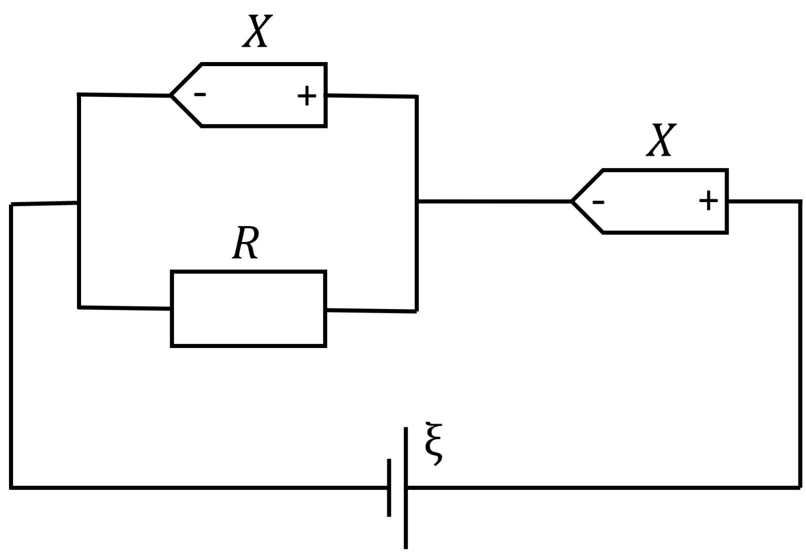

Схема к задаче 4.

Решение

Способ 1 (Метод узловых потенциалов). Обозначим потенциал левого проводника (*минус* батареи) $V_0 = 0$, правого (*плюс* батареи) $V_+ = \mathcal{E} = 6$ В. Пусть потенциал среднего узла равен V.

Тогда напряжение на правом элементе X (по заданной полярности) $U_2 = V_+ - V = 6 - V$, и ток через него

$$I_2 = \alpha(6 - V)^2.$$

Для левого элемента $U_1 = V - V_0 = V$, ток

$$I_1 = \alpha V^2.$$

Ток через резистор: $I_R = V/R$.

По первому закону Кирхгофа для среднего узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

Получаем уравнение

$$\alpha(6 - V)^2 = \alpha V^2 + \frac{V}{R}.$$

Подставим $\alpha = 0.2$, $R = 2$:

$$0.2(6 - V)^2 = 0.2V^2 + \frac{V}{2} \;\Rightarrow\; V = \frac{72}{29}\,\text{В}.$$

Искомый ток батареи равен $I = I_2$:

$$I = \alpha(6 - V)^2 = 0.2\left(6 - \frac{72}{29}\right)^2 \approx 2.47\,\text{А}.$$

Способ 2 (Правила Кирхгофа). Рассмотрим токи по ветвям: через правый нелинейный элемент течёт ток I_2 (он же ток батареи), через левый элемент — I_1, через резистор — I_R. По первому закону Кирхгофа для узла:

$$I_2 = I_1 + I_R.$$

По второму закону Кирхгофа напряжение узла относительно минуса батареи равно U (тогда $U_R = U$), а напряжение на правом элементе

$$U_2 = \mathcal{E} - U.$$

Тогда по вольт-амперным характеристикам:

$$I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2, \qquad I_1 = \alpha U^2, \qquad I_R = \frac{U}{R}.$$

Подставляя в уравнение узла, получаем

$$\alpha(\mathcal{E} - U)^2 = \alpha U^2 + \frac{U}{R}.$$

При $\mathcal{E} = 6\,\text{В}$, $\alpha = 0.2$, $R = 2$ отсюда $U = \frac{72}{29}\,\text{В}$ и

$$I = I_2 = \alpha(\mathcal{E} - U)^2 \approx 2.47\,\text{А}.$$

Ответ: $I \approx 2.47\,\text{А}$.

Задача 5

Условие

Подводный аппарат передаёт оптический сигнал на приёмник, который находится в воздухе вблизи поверхности воды. Источник света расположен в аппарате и светит через плоский прозрачный защитный экран прожектора толщины d = 0,3 м. Поверхность экрана находится на глубине H = 13,3 м. Показатель преломления материала экрана n_1 = 1,5, воды n_2 = 1,33, воздуха n_0 = 1. Плоскость экрана горизонтальна, отражениями пренебречь. Найдите максимальное расстояние по поверхности воды от точки, находящейся прямо над аппаратом, до приёмника, при котором передача сигнала ещё возможна.

Решение

Ограничение задаёт выход луча из воды в воздух: при слишком большом угле падения возникает полное внутреннее отражение.

Критический угол на границе вода–воздух:

$$\sin\theta_{2,\text{кр}} = \frac{n_0}{n_2} = \frac{1}{1.33} \;\Rightarrow\; \theta_{2,\text{кр}} \approx 48.75^\circ.$$

Максимальная дальность достигается при $\theta_2 = \theta_{2,\text{кр}}$.

На границе экран–вода по закону Снеллиуса

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$

Подставляя $\sin\theta_2 = n_0/n_2$, получаем

$$\sin\theta_1 = \frac{n_0}{n_1} = \frac{1}{1.5} \;\Rightarrow\; \theta_1 \approx 41.81^\circ.$$

Горизонтальный снос в воде: $x_2 = H\tan\theta_{2,\text{кр}}$, в экране: $x_1 = d\tan\theta_1$. Тогда

$$R_{\max} = x_1 + x_2 = d\tan\theta_1 + H\tan\theta_{2,\text{кр}}.$$

Численно:

$$R_{\max} \approx 0.3\tan 41.81^\circ + 13.3\tan 48.75^\circ \approx 15.4\,\text{м}.$$

Ответ: $R_{\max} \approx 15.4\,\text{м}$.

Задача 6

Условие

Поезд на магнитной подушке удерживается над направляющей за счёт действия магнитного поля на проводники с электрическим током, расположенные под вагоном. Каждый вагон массой 34 т опирается на 17 одинаковых подъёмных модулей. В каждом модуле имеется 100 прямолинейных участков проводника длиной 1 м, расположенных перпендикулярно линиям магнитного поля. Магнитная индукция $B = 1$ Тл. По всем проводникам протекает одинаковый ток. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Определите величину тока, при котором вагон может находиться в равновесии, не касаясь направляющей.
2. Один из подъёмных модулей вышел из строя. На сколько процентов необходимо увеличить ток в остальных модулях, чтобы вагон по-прежнему удерживался в воздухе?

Решение

Сила на один прямолинейный участок:

$$F_1 = IlB = I\cdot 1\cdot 1 = I\ \text{Н}.$$

В одном модуле 100 участков, значит $F_{\text{мод}} = 100I$. Всего 17 модулей:

$$17 \cdot 100I = mg.$$

При $m = 34$ т $= 3{,}4 \cdot 10^4$ кг:

$$1700I = 3{,}4 \cdot 10^5 \;\Rightarrow\; I = 200 \text{ А}.$$

Если один модуль вышел из строя, осталось 16 модулей:

$$16 \cdot 100I' = mg \;\Rightarrow\; 1600I' = 3{,}4 \cdot 10^5 \;\Rightarrow\; I' = 212{,}5 \text{ А}.$$

Процент увеличения:

$$\frac{I' - I}{I} \cdot 100\% = \frac{212{,}5 - 200}{200} \cdot 100\% = 6{,}25\%.$$

Ответ: $I = 200$ А; увеличить ток на 6,25%.

Задача 7

Условие

На въезде на парковку в асфальт уложена индукционная петля, которая вместе с конденсатором образует колебательный контур. Частота собственных колебаний контура при отсутствии автомобиля равна $f = 50$ кГц. Индуктивность петли $L = 2{,}53$ мГн. Сопротивлением контура пренебречь. Когда автомобиль останавливается над петлёй, вихревые токи уменьшают индуктивность петли на 4%. Ёмкость конденсатора не изменяется. Электроника датчика подсчитывает число полных колебаний за промежуток времени Δt. Обнаружение надёжно, если число колебаний с автомобилем отличается от числа колебаний без автомобиля хотя бы на единицу.

1. Определите ёмкость конденсатора.
2. Определите минимальное значение Δt, при котором обнаружение автомобиля будет надёжным.

Решение

Собственная частота:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \;\Rightarrow\; C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L}.$$

Подставляя $f = 50 \cdot 10^3$ Гц, $L = 2{,}53 \cdot 10^{-3}$ Гн:

$$C \approx 4{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} = 4{,}0 \text{ нФ}.$$

При наличии автомобиля $L' = 0{,}96L$, поэтому

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}} = \frac{f}{\sqrt{0{,}96}} \approx 51{,}03 \text{ кГц}, \qquad \Delta f = f' - f \approx 1{,}03 \text{ кГц}.$$

Число колебаний за время Δt равно $N = f\Delta t$. Условие надёжности:

$$|N' - N| = |f' - f|\Delta t = \Delta f\,\Delta t \geq 1 \;\Rightarrow\; \Delta t_{\min} = \frac{1}{\Delta f} \approx \frac{1}{1{,}03 \cdot 10^3} \approx 0{,}97 \text{ мс}.$$

Ответ: $C \approx 4{,}0$ нФ; $\Delta t_{\min} \approx 0{,}97$ мс.

Задача 8

Условие

Покоящаяся герметичная теплоизолированная цистерна объёма V_0 и массы M частично заполнена несжимаемой жидкостью плотности ρ и объёмом V. Над свободной поверхностью жидкости находится воздух, который можно считать идеальным газом. Масса воздуха мала. Общая теплоёмкость жидкости и цистерны равна C (теплоёмкостью воздуха пренебречь). В начальном состоянии система в равновесии при температуре T_0, давление воздуха в цистерне равно атмосферному p_0. Цистерне сообщают некоторое количество теплоты Q. После установления нового равновесия в боковой стенке мгновенно образуется отверстие площади S на глубине h ниже поверхности жидкости. Истечение жидкости происходит горизонтально. Цистерна может двигаться только горизонтально. Силами трения, вязкостью и сопротивлением пренебречь. Мгновенное горизонтальное ускорение цистерны в момент образования отверстия равно a. Определите количество теплоты Q, сообщённое цистерне.

Решение

После сообщения теплоты температура системы (цистерна+жидкость) станет

$$T_1 = T_0 + \frac{Q}{C}.$$

Объём газа над жидкостью постоянен ($V_0 - V$), количество газа постоянно, поэтому давление воздуха:

$$p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0} = p_0 \left(1 + \frac{Q}{CT_0}\right).$$

Давление жидкости у отверстия (внутри) на глубине h:

$$p_{\text{in}} = p_1 + \rho g h, \qquad p_{\text{out}} = p_0.$$

Скорость истечения (по формуле Торричелли/Бернулли):

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{\text{in}} - p_0)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big)}{\rho}}.$$

Тяга струи равна потоку импульса: $F = \dot{m} v = \rho S v^2$, то есть

$$F = \rho S \cdot \frac{2\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big)}{\rho} = 2S\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big).$$

Масса разгоняемой системы равна $M + \rho V$, поэтому мгновенное ускорение

$$a = \frac{F}{M + \rho V} = \frac{2S\big((p_1 - p_0) + \rho g h\big)}{M + \rho V}.$$

Подставляя $p_1 - p_0 = p_0 \frac{Q}{CT_0}$ и выражая Q:

$$\frac{a(M + \rho V)}{2S} = p_0 \frac{Q}{CT_0} + \rho g h \;\Rightarrow\; Q = \left(\frac{a(M + \rho V)}{2S} - \rho g h\right) \frac{CT_0}{p_0}.$$

Ответ: $Q = \left(\dfrac{a(M + \rho V)}{2S} - \rho g h\right) \dfrac{CT_0}{p_0}$.